

平成25年6月22日

平成26年度機械システム系学科第3年次編入学(一般)試験問題

【問1】

以下の手順に従って、 $A = \begin{bmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ を用いて表される2次曲線

$C: {}^t x A^n x - (2ab)^n = 0$ の標準形を求めよ. ただし, 実数 $a, b$ は $a > b > 0$ を満たすものとし, $n$ は正の整数とする. また, 左上添字 ${}^t$ は転置を表すものとする.

- (1)  $A$ の固有値を求めよ.
- (2)  $A^n$ の固有値を求めよ.
- (3)  $(A^n)' = L A^n {}^t L$ により $A^n$ を $(A^n)'$ に対角化するとき, $(A^n)'$ と直交行列 $L$ を求めよ.
- (4)  $C$ の式に $A^n = {}^t L (A^n)' L$ を代入することにより $C$ の標準形を求め, $x$ と $y$ の式で示せ.

【問2】

次の微分方程式①に関して答えよ.

$$y'' - y' - 6y = x^2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

- (1) 微分方程式  $y'' - y' - 6y = 0$  の一般解を求めよ.
- (2) 微分方程式①の特殊解を求めよ.
- (3) 微分方程式①の一般解を求めよ.